

► **Priorités opératoires**

- Pour calculer une expression avec **des parenthèses**, on effectue d'abord les calculs entre parenthèses.
- Pour calculer une expression **sans parenthèses**, on effectue d'abord les puissances, puis les multiplications et divisions, enfin les additions et soustractions.

► **Développer**, c'est transformer un produit en somme algébrique.

- k , a et b désignent des nombres réels.

$$k(a + b) = ka + kb$$

► **Factoriser**, c'est transformer une somme algébrique en produit.

- k , a et b désignent des nombres réels.

$$ka + kb = k(a + b) \quad (k \text{ est le facteur commun})$$

- a , b , c , d désignent des nombres réels.

$$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$$

- a et b désignent des nombres réels.

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

1 Gérer un calcul

Calculer.

$$a. 7 - 3 \times 2 = 7 - 6 = 1$$

$$b. 4 + (7 - 2) \times 3 = 4 + 5 \times 3 = 4 + 15 = 19$$

$$c. 5 \times 2^2 - 7 = 5 \times 4 - 7 = 20 - 7 = 13$$

$$d. -4 \times (8 - 5)^2 = -4 \times 3^2 = -4 \times 9 = -36$$

2 Calculer la valeur d'une expressionCalculer $A = 2x^2 + 7x + 7$ pour $x = -3$.

$$A = 2 \times (-3)^2 + 7 \times (-3) + 7$$

$$A = 2 \times 9 - 21 + 7$$

$$A = 18 - 21 + 7 = -3 + 7 = 4$$

3 Développer et réduire

Développer et réduire chaque expression.

$$a. 2(x + 5) = 2x + 10$$

$$b. 3x(2x - 5) = 3x \times 2x - 3x \times 5 = 6x^2 - 15x$$

$$c. 5x - (3x - 5) = 5x - 3x + 5 = 2x + 5$$

$$d. 3x + 2x(4x - 3) = 3x + 8x^2 - 6x = 8x^2 - 3x$$

$$e. x - 4(x - 2) = x - 4x + 8 = -3x + 8$$

4 Utiliser la double distributivité

Développer et réduire chaque expression.

$$A = (2x + 3)(x + 6)$$

$$B = (4x - 5)(3x - 1)$$

$$C = (2 - x)(5 + x)$$

$$D = (3x + 1)(2x - 3)$$

$$A = 2x^2 + 12x + 3x + 18 = 2x^2 + 15x + 18$$

$$B = 12x^2 - 4x - 15x + 5 = 12x^2 - 19x + 5$$

$$C = 10 + 2x - 5x - x^2 = -x^2 - 3x + 10$$

$$D = 6x^2 - 9x + 2x - 3 = 6x^2 - 7x - 3$$

5 Reconnaître des expressions égalesDeux de ces expressions sont égales quelle que soit la valeur de x . Lesquelles?

$$A = 2x(12x - 7) + 2$$

$$B = (4x + 3)(6x + 5)$$

$$C = x + 3x(8x - 5)$$

$$D = (4x - 1)(6x - 2)$$

$$A = 24x^2 - 14x + 2$$

$$B = 24x^2 + 20x + 18x + 15 = 24x^2 + 38x + 15$$

$$C = x + 24x^2 - 15x = 24x^2 - 14x$$

$$D = 24x^2 - 8x - 6x + 2 = 24x^2 - 14x + 2$$

Donc pour toutes les valeurs de x , $A = D$.**6 Factoriser**

Factoriser chaque expression.

$$\bullet E = 5x^2 - 4x = 5x \times x - 4x = x(5x - 4)$$

$$\bullet F = y - 6y^2 = y - 6y \times y = y(1 - 6y)$$

$$\bullet G = x^2 - 9 = x^2 - 3^2 = (x + 3)(x - 3)$$

$$\bullet H = 25 - 16y^2 = 5^2 - (4y)^2 = (5 + 4y)(5 - 4y)$$

7 Écrire une expression

Juliette affirme que ce programme revient à multiplier par 5 le nombre choisi.

Juliette a-t-elle raison?

- Choisir un nombre.
- Ajouter 7.
- Multiplier par 5.
- Soustraire 35.

On note x le nombre choisi au départ.

$$\bullet x$$

$$\bullet x + 7$$

$$\bullet (x + 7) \times 5$$

$$\bullet (x + 7) \times 5 - 35$$

Le nombre obtenu est $(x + 7) \times 5 - 35$.

$$(x + 7) \times 5 - 35 = 5x + 35 - 35 = 5x.$$

Donc Juliette a raison.

- a désigne un nombre réel et n un nombre entier naturel.
- Pour $n \geq 2$, $a^n = \underbrace{a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ facteurs}}$ • Si $a \neq 0$, $a^0 = 1$. • $a^1 = a$ • Si $a \neq 0$, $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$.
- a, b désignent des nombres réels, m et n des nombres entiers relatifs.
- $a^m \times a^n = a^{m+n}$ • $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ (avec $a \neq 0$) • $(a^m)^n = a^{m \times n}$
- $(a \times b)^n = a^n \times b^n$ • $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ (avec $b \neq 0$)

Deux calculs

Calculer $A = \frac{5}{2} - \frac{4}{3}$.

$A = \frac{15}{6} - \frac{8}{6} = \frac{7}{6}$

Réduire $B = 1,5x - (4x - 7)$.

$B = 1,5x - 4x + 7 = -2,5x + 7$



1 Calculer mentalement et compléter.

$3^4 = 81$ • $(-4)^3 = -64$ • $0,2^3 = 0,008$

2 Expliquer pourquoi $(\sqrt{2})^3$ peut s'écrire $2\sqrt{2}$.

$(\sqrt{2})^3 = \sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$

3 Écrire sans exposant sous forme fractionnaire.

$A = 5^{-2} = \frac{1}{5^2} = \frac{1}{25}$ • $B = 2^{-4} = \frac{1}{2^4} = \frac{1}{16}$

4 Compléter.

a. $2^7 \times 2^3 = 2^{10}$ • b. $8^{-7} \times 8^5 = 8^{-2}$
 c. $\frac{7^9}{7^4} = 7^5$ • d. $\frac{3^{-2}}{3^6} = 3^{-8}$
 e. $(4^3)^5 = 4^{15}$ • f. $(0,7^{-3})^2 = 0,7^{-6}$

5 Exprimer à l'aide d'une seule puissance de 3.

a. Le triple de 3^{2019} • b. Le tiers de 3^{2019}
 c. Le carré de 3^{2019}

a. $3 \times 3^{2019} = 3^1 \times 3^{2019} = 3^{1+2019} = 3^{2020}$

b. $\frac{1}{3} \times 3^{2019} = \frac{3^{2019}}{3^1} = 3^{2019-1} = 3^{2018}$

c. $(3^{2019})^2 = 3^{2 \times 2019} = 3^{4038}$

6 Calculer en utilisant l'égalité $a^n \times b^n = (a \times b)^n$.

a. $4^3 \times 25^3 = (4 \times 25)^3 = 100^3 = 1\,000\,000$

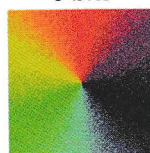
b. $1,25^4 \times 8^4 = (1,25 \times 8)^4 = 10^4 = 10\,000$

c. $8 \times 5^3 = 2^3 \times 5^3 = (2 \times 5)^3 = 10^3 = 1\,000$

7

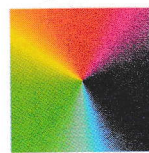
En passant d'une image de 24 bits à une image de 8 bits on divise le nombre de couleurs par 16^4 .

8 bits



2^8 couleurs

24 bits



2^{24} couleurs



Tom

L'affirmation de Tom est-elle exacte ?

$\frac{2^{24}}{2^8} = 2^{24-8} = 2^{16} = 2^{4 \times 4} = (2^4)^4 = 16^4$

L'affirmation de Tom est exacte.



8 a. Compléter :

$18^{12} = (2 \times 9)^{12} = 2^{12} \times 9^{12} = 2^{12} \times (3^2)^{12} = 2^{12} \times 3^{24}$

b. Écrire alors $\frac{2^{12} \times 5^6}{18^{12}}$ sous la forme d'un produit d'une puissance de 5 et d'une puissance de 3.

$\frac{2^{12} \times 5^6}{18^{12}} = \frac{2^{12} \times 5^6}{2^{12} \times 3^{24}} = 5^6 \times 3^{-24}$

9 Cet algorithme permet de déterminer la plus petite puissance d'un nombre a supérieure ou égale à un nombre donné L .

Compléter ce tableau de suivi des variables lorsqu'on saisit en entrée $a = 2$ et $L = 100$.

Qu'affiche cet algorithme ?

$b < L$		V	V	V	V	V	V	V	F
n	0	1	2	3	4	5	6	7	...
b	1	2	4	8	16	32	64	128	...

L'algorithme affiche en sortie $n = 7$ et $b = 128$. En effet, $2^7 = 128$ et $128 > 100$.

Saisir a, L

$n \leftarrow 0$

$b \leftarrow 1$

Tant que $b < L$

$n \leftarrow n + 1$

$b \leftarrow b \times a$

Fin Tant que

Afficher n, b

► a désigne un nombre réel positif. La **racine carrée** de a , notée $\sqrt{a}$, est le nombre positif dont le carré est a . Ainsi, pour tout nombre réel $a \geq 0$: $(\sqrt{a})^2 = a$.

► Pour tout nombre réel a : $\sqrt{a^2} = |a|$.

► a et b désignent deux nombres réels positifs.

$$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b} \text{ et } \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}} \text{ (avec } b \neq 0).$$

Attention : • $\sqrt{16+9} = \sqrt{25} = 5$ et $\sqrt{16} + \sqrt{9} = 4+3=7$. Donc $\sqrt{16+9} \neq \sqrt{16} + \sqrt{9}$.

• $\sqrt{100-64} = \sqrt{36} = 6$ et $\sqrt{100} - \sqrt{64} = 10-8=2$. Donc $\sqrt{100-64} \neq \sqrt{100} - \sqrt{64}$.

Deux calculs

• Calculer $A = (-2)^3 + 10 \times 0,7^2$.

$$A = -8 + 10 \times 0,49 = -8 + 4,9 = -3,1$$

• Quel est le nombre réel x tel que $\frac{1}{4}x + 3 = 10$?

$$\frac{1}{4}x = 7 \text{ soit } x = 4 \times 7 \text{ c'est-à-dire } x = 28.$$



1 Donner l'écriture décimale.

$$\sqrt{49} = 7, \dots \quad \sqrt{0,25} = 0,5, \dots \quad \sqrt{\frac{9}{4}} = 1,5, \dots$$

$$\sqrt{8,3^2} = 8,3, \dots \quad \sqrt{(-7,4)^2} = 7,4, \dots \quad \sqrt{900} = 30, \dots$$

2 Compléter.

$$\sqrt{10^{18}} = 10^9, \dots \quad \sqrt{10^{-24}} = 10^{-12}, \dots \quad \sqrt{\frac{16}{49}} = \frac{4}{7}, \dots$$

3 Compléter avec des nombres entiers.

$$\text{a. } (\sqrt{7})^2 = 7, \dots \quad \text{b. } \sqrt{15^2} = 15, \dots$$

$$\text{c. } (2\sqrt{8})^2 = 2^2 \times 8 = 32, \dots \quad \text{d. } \sqrt{6} \times 4\sqrt{6} = 6 \times 4 = 24, \dots$$

$$\text{e. } 3\sqrt{2} \times 5\sqrt{2} = 15 \times 2 = 30, \dots \quad \text{f. } (10\sqrt{3})^2 = 100 \times 3 = 300, \dots$$

4 Écrire sous la forme $a\sqrt{b}$ avec a et b nombres entiers positifs.

$$\text{a. } \sqrt{700} = \sqrt{100 \times 7} = \sqrt{100} \times \sqrt{7} = 10\sqrt{7}, \dots$$

$$\text{b. } \sqrt{810} = \sqrt{81 \times 10} = \sqrt{81} \times \sqrt{10} = 9\sqrt{10}, \dots$$

$$\text{c. } \sqrt{18} = \sqrt{9 \times 2} = \sqrt{9} \times \sqrt{2} = 3\sqrt{2}, \dots$$

$$\text{d. } \sqrt{32} = \sqrt{16 \times 2} = \sqrt{16} \times \sqrt{2} = 4\sqrt{2}, \dots$$

5 Écrire sous la forme $\sqrt{a}$ avec a nombre entier positif.

$$\text{a. } 6\sqrt{2} = \sqrt{36} \times \sqrt{2} = \sqrt{36 \times 2} = \sqrt{72}, \dots$$

$$\text{b. } 2\sqrt{7} = \sqrt{4} \times \sqrt{7} = \sqrt{4 \times 7} = \sqrt{28}, \dots$$

$$\text{c. } 3\sqrt{5} = \sqrt{9} \times \sqrt{5} = \sqrt{9 \times 5} = \sqrt{45}, \dots$$

$$\text{d. } 6\sqrt{3} = \sqrt{36} \times \sqrt{3} = \sqrt{36 \times 3} = \sqrt{108}, \dots$$

6 a. Écrire sous la forme $a\sqrt{3}$ avec a nombre entier.

$$\bullet \sqrt{12} = \sqrt{4} \times \sqrt{3} = 2\sqrt{3}, \dots$$

$$\bullet \sqrt{75} = \sqrt{25} \times \sqrt{3} = 5\sqrt{3}, \dots$$

b. En déduire l'expression réduite de $A = 8\sqrt{12} - 4\sqrt{75}$.

$$A = 8 \times 2\sqrt{3} - 4 \times 5\sqrt{3}$$

$$A = 16\sqrt{3} - 20\sqrt{3} = -4\sqrt{3}$$



7 Écrire sans racine carrée au dénominateur.

$$\text{a. } \frac{\sqrt{18}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{18}}{\sqrt{3}} = \sqrt{6}, \dots$$

$$\text{b. } \frac{6}{\sqrt{2}} = \frac{6 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{6\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2}, \dots$$

$$\text{c. } \frac{10}{\sqrt{5}} = \frac{10\sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{10\sqrt{5}}{5} = 2\sqrt{5}, \dots$$

8 Écrire $B = 7\sqrt{45} - 6\sqrt{20} + \sqrt{5}$ sous la forme $a\sqrt{5}$ avec a nombre entier.

$$B = 7 \times \sqrt{9 \times 5} - 6 \times \sqrt{4 \times 5} + \sqrt{5}$$

$$B = 7 \times \sqrt{9} \times \sqrt{5} - 6 \times \sqrt{4} \times \sqrt{5} + \sqrt{5}$$

$$B = 7 \times 3\sqrt{5} - 6 \times 2\sqrt{5} + \sqrt{5}$$

$$B = 21\sqrt{5} - 12\sqrt{5} + \sqrt{5} = 10\sqrt{5}$$

9 Retrouver les nombres égaux.

$$A = \sqrt{27} \quad B = \frac{\sqrt{300}}{5} \quad C = \frac{\sqrt{42}}{\sqrt{7}} \quad D = \sqrt{2} \times \sqrt{6}$$

$$A = \sqrt{9 \times 3} = \sqrt{9} \times \sqrt{3} = 3\sqrt{3}$$

$$B = \frac{\sqrt{100 \times 3}}{5} = \frac{\sqrt{100} \times \sqrt{3}}{5} = \frac{10\sqrt{3}}{5} = 2\sqrt{3}$$

$$C = \frac{\sqrt{42}}{\sqrt{7}} = \sqrt{\frac{42}{7}} = \sqrt{6} = \sqrt{2} \times \sqrt{3}$$

$$D = \sqrt{2} \times \sqrt{2 \times 3} = \sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$$

Donc $B = D$.

► Identités remarquables

$$\begin{array}{c} \text{Développement} \\ (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \\ \text{Factorisation} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \text{Développement} \\ (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \\ \text{Factorisation} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \text{Développement} \\ (a+b)(a-b) = a^2 - b^2 \\ \text{Factorisation} \end{array}$$

► Calcul sur des expressions fractionnaires

x désigne un nombre réel avec $x \neq 0$ et $x \neq -1$.

$$A = \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} = \frac{x+1}{x(x+1)} - \frac{x}{x(x+1)}$$

← On réduit les deux quotients au même dénominateur.

$$A = \frac{x+1-x}{x(x+1)} = \frac{1}{x(x+1)}$$

← On utilise $\frac{a}{b} - \frac{c}{b} = \frac{a-c}{b}$ puis on réduit le numérateur.

Deux calculs

• f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x^2 - 7$. Calculer l'image de $\sqrt{3}$ par f .

$$f(\sqrt{3}) = 2 \times (\sqrt{3})^2 - 7 = 2 \times 3 - 7 = 6 - 7 = -1$$

• On sait que $\frac{4}{AB} = 5$. Calculer la longueur AB .

$$4 = 5 \times AB \text{ c'est-à-dire } AB = \frac{4}{5} = 0,8$$



1 Compléter ces développements.

- $(x+5)^2 = x^2 + 2 \times x \times 5 + 5^2 = x^2 + 10x + 25$
- $(x-7)^2 = x^2 - 2 \times x \times 7 + 7^2 = x^2 - 14x + 49$
- $(3x+4)^2 = (3x)^2 + 2 \times 3x \times 4 + 4^2 = 9x^2 + 24x + 16$
- $(8x-1)^2 = (8x)^2 - 2 \times 8x \times 1 + 1^2 = 64x^2 - 16x + 1$

2 Compléter ces développements.

- a. $(x-8)(x+8) = x^2 - 64$
- b. $(y-6)^2 = y^2 - 12y + 36$
- c. $(5x+7)^2 = 25x^2 + 70x + 49$

3 Compléter ce tableau

Forme développée	Forme factorisée
$36x^2 - 12x + 1$	$(6x)^2 - 2 \times 6x \times 1 + 1^2 = (6x-1)^2$
$16y^2 - 49$	$(4y)^2 - 7^2 = (4y+7)(4y-7)$
$64 + 48a + 9a^2$	$8^2 + 2 \times 8 \times 3a + (3a)^2 = (8+3a)^2$

4 Développer et réduire.

$$A = (4x-1)^2 - x^2$$

$$A = 16x^2 - 8x + 1 - x^2$$

$$A = 15x^2 - 8x + 1$$

$$B = 2(x+7)^2$$

$$B = 2(x^2 + 14x + 49)$$

$$B = 2x^2 + 28x + 98$$

5 Compléter cette factorisation.

$$A = (5x-1)(x-3) - (5x-1)(3x-4)$$

$$A = (5x-1)[(x-3) - (3x-4)]$$

$$A = (5x-1)(x-3-3x+4)$$

$$A = (5x-1)(-2x+1)$$



6 Factoriser à l'aide d'un facteur commun.

$$B = (x+5)^2 - (3x-2)(x+5)$$

$$C = 5x(3x+1) - (3x+1)^2$$

$$\bullet B = (x+5)[(x+5) - (3x-2)]$$

$$B = (x+5)(x+5-3x+2)$$

$$B = (x+5)(-2x+7)$$

$$\bullet C = (3x+1)[5x - (3x+1)]$$

$$C = (3x+1)(5x-3x-1)$$

$$C = (3x+1)(2x-1)$$

7 Factoriser $A = 4x^2 - (x-2)^2$.

$$A = 4x^2 - (x-2)^2$$

$$A = (2x)^2 - (x-2)^2$$

$$A = [2x + (x-2)][2x - (x-2)]$$

$$A = (2x+x-2)(2x-x+2)$$

$$A = (3x-2)(x+2)$$

8 x désigne un nombre réel avec $x \neq 5$ et $x \neq -8$.

Écrire $D = \frac{4}{x-5} - \frac{2x}{x+8}$ à l'aide d'une seule écriture fractionnaire.

$$D = \frac{4(x+8)}{(x-5)(x+8)} - \frac{2x(x-5)}{(x+8)(x-5)}$$

$$D = \frac{4x+32-2x^2+10x}{(x-5)(x+8)}$$

$$D = \frac{-2x^2+14x+32}{(x-5)(x+8)}$$